

## Hoogwater

De hoeveelheid water die door een rivier wordt afgevoerd, varieert van moment tot moment. De hoeveelheid water die de rivier maximaal kan afvoeren, noemen we de **capaciteit** van de rivier. Als de capaciteit te laag is, kan de rivier overstromen. Om te kunnen inschatten hoe vaak een overstroming plaatsvindt, gebruiken we het volgende model:

$$C = a - b \cdot \ln\left(\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right) \quad \text{met } T > 1 \quad (\text{formule 1})$$

Hierin is  $C$  de capaciteit in  $\text{m}^3/\text{s}$  en  $T$  de zogeheten **herhalingstijd**.

De herhalingstijd is de periode in jaren waarin de waarde van  $C$  gemiddeld één keer wordt overschreden. Als bijvoorbeeld  $T = 40$ , dan zal de rivier gemiddeld één keer in de 40 jaar overstromen.

De waarden van  $a$  en  $b$  worden berekend met behulp van gegevens uit het verleden. Er geldt altijd:  $a > 0$  en  $b > 0$ .

Voor de Rijn geldt:  $a = 5734$  en  $b = 1648$ . De capaciteit is  $12\,000 \text{ m}^3/\text{s}$ .

- 5p **6** Bereken algebraïsch de herhalingstijd in jaren. Geef je eindantwoord als geheel getal.

Uit formule 1 is af te leiden dat voor de afgeleide van  $C$  geldt:

$$\frac{dC}{dT} = \frac{b}{T \cdot (T-1) \cdot \ln\left(\frac{T}{T-1}\right)} \quad \text{met } T > 1 \quad (\text{formule 2})$$

- 5p **7** Bewijs dit.

Voor elke rivier geldt natuurlijk: hoe groter de herhalingstijd, des te groter is de capaciteit. De grafiek van  $C$  zou dus voor elke waarde van  $a$  en  $b$  (met  $a > 0$  en  $b > 0$ ) stijgend moeten zijn.

- 5p **8** Bewijs met behulp van formule 2 dat de grafiek van  $C$  inderdaad stijgend is voor elke waarde van  $a$  en  $b$  (met  $a > 0$  en  $b > 0$ ).

Voor de Maas geldt:

- Bij een capaciteit van  $1700 \text{ m}^3/\text{s}$  is de herhalingstijd gelijk aan 4 jaar.
- Bij een capaciteit van  $2100 \text{ m}^3/\text{s}$  is de herhalingstijd gelijk aan 10 jaar.

Voor toekomstig beleid wil het ministerie van Infrastructuur en Waterstaat voor de Maas weten welke capaciteit hoort bij een herhalingstijd van 100 jaar.

- 4p **9** Bereken deze waarde van  $C$  in  $\text{m}^3/\text{s}$  met behulp van formule 1. Geef je eindantwoord als geheel getal.